
MUESTREO DOBLE

TECNICAS DE MUESTREO II

Profesor: Ing. Celso Gonzales Ch. Mg.Sc

INTRODUCCION

Neyman(1938)

La medición de la variable objetivo (Y) es costoso, pero es posible medir una variable auxiliar (X) y usarla para mejorar la precisión del estimador t_y .

Suponga que la población tiene N unidades de observación. La muestra se extrae en dos etapas:

I. Muestra de la primera etapa: $n^{(1)}$

- Se extrae una muestra de probabilidad de $n^{(1)}$ unidades
- Se mide las variables auxiliares X para cada unidad de la muestra

ESTIMACION DE PARAMETROS

Media

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n^{(1)}} X_i}{n^{(1)}}$$

Varianza

$$S_X^{(1)2} = \frac{\sum_{i=1}^{n^{(1)}} (X_i - \bar{X})^2}{n^{(1)} - 1}$$

II. Muestra de la segunda etapa: ($n < n^{(1)}$)

- La muestra de la primera etapa actúa como una población
- Se extrae una muestra de probabilidad.
- Se mide las variables de interés para cada unidad de la submuestra (muestra de la segunda etapa)
- Se utiliza la información auxiliar recogida en la primera etapa.

ESTIMACION DE PARAMETROS

Media

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

Varianza

$$S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

Covarianza

$$S_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

METODOS INDIRECTOS

MUESTREO DOBLE PARA ESTIMADOR DE RAZON

ESTIMACION DE PARAMETROS

Media

$$\bar{y}_R = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i} \cdot \bar{x}^{(1)}$$

Total $\hat{Y}_R = N \bar{y}_R$

Varianza

Caso: muestras dependientes

$$v(\bar{y}_R) = \frac{1}{n} \left(s_y^2 + \hat{R}^2 s_x^{(1)2} - 2\hat{R}s_{xy} \right) + \frac{1}{n^{(1)}} \left(2\hat{R}s_{xy} - \hat{R}s_x^{(1)2} \right) - \frac{s_y^2}{N}$$

MUESTREO DOBLE PARA ESTIMADOR DE RAZON

Varianza

Caso: muestras independientes

$$v(\bar{y}_R) = \left(\frac{N - n}{N} \right) \left(\frac{s_y^2 + \hat{R}^2 s_x^{(1)2} - 2\hat{R}s_{xy}}{n} \right) + \hat{R}^2 \left(\frac{N - n^{(1)}}{N} \right) \frac{s_x^{(1)2}}{n^{(1)}}$$

Si se conoce N , entonces la varianza es:

$$v(\hat{Y}) = N^2 v(\bar{y})$$

MUESTREO DOBLE PARA ESTIMADOR DE REGRESION

ESTIMACION DE PARAMETROS

Media

$$\bar{y}_{Rg} = \bar{y} + b(\bar{x}^{(1)} - \bar{x})$$

Total

$$\hat{Y}_{Rg} = N \bar{y}_{Rg}$$

MUESTREO DOBLE PARA ESTIMADOR DE REGRESION

Varianza

Caso: muestras dependientes

$$v(\bar{y}) = \frac{s_{rg}^2}{n} \left(1 + \frac{1}{n} - \frac{1}{n^{(1)}} \right) + b^2 \frac{s_x^2}{n^{(1)}}$$

Caso: muestras independientes

$$v(\bar{y}) = \frac{s_{rg}^2}{n} \left(1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^{(1)}} \right) + b^2 \frac{s_x^2}{n^{(1)}}$$

Donde:

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2} \quad s_{rg}^2 = s_y^2 (1 - r_{xy}^2)$$

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$$

MUESTREO ESTRATIFICADO

ESTIMACION DE PARAMETROS

$$\hat{W}_h = \frac{n_h^{(1)}}{n^{(1)}}$$

Media

$$\hat{Y} = \sum_h \hat{W}_h \bar{y}_h$$

Varianza

$$v(\bar{y}) = \sum_h (1 - f_h) \frac{s_h^2}{n} \left(W_h^2 + \frac{g^{(1)} W_h (1 - W_h)}{n^{(1)}} \right) + \frac{g^{(1)}}{n^{(1)}} \sum_h W_h (\bar{Y}_h - \bar{Y})^2$$

$$g^{(1)} = \frac{N - n^{(1)}}{N - 1} \quad f_h = \frac{n_h}{n^{(1)}}$$

Ejemplo: Medición de Rodales

El siguiente cuadro contiene de 120 unidades muestrales (parcelas de 500 m²) distribuidas aleatoriamente sobre un rodal de 80 has de pino insigne de 14 años. En las parcelas se midió: G: área basal, V: volumen. Los campos marcados con asterístico corresponden a una submuestra elegida al azar. Se asume que sólo en ellas se ha medido el volumen.

Resultado del muestreo

Resultado de mostrar un rodal de 80 has.

G	V	G	V	G	V	G	V	G	V	G	V
1.36	7.01	1.02	5.18	1.91	10.81	1.66	9.21	1.24	6.76	1.11	5.66*
1.48	8.21	1.60	8.96	1.18	6.51	1.02	4.95*	0.98	4.99	1.43	7.68
1.14	6.17	1.92	10.90	1.38	7.51	1.06	4.66	1.35	7.29	1.31	7.13*
1.23	7.16 *	1.25	6.88*	1.45	7.55*	1.47	8.63	1.36	8.29	1.91	11.04
1.13	6.42	1.72	10.11	2.06	12.19	1.32	7.44*	1.32	7.18	1.00	5.63
0.89	4.43	1.73	9.53	1.64	9.61*	1.28	6.27	1.05	5.77	1.45	7.92
1.60	8.71	1.41	7.40	1.48	8.04	1.62	9.35*	1.95	10.80	1.50	8.07
1.84	10.36	1.40	6.92	1.63	9.70	1.44	8.35	1.17	6.24	1.23	6.18*
2.06	12.06	1.05	5.53	1.52	8.49	0.96	4.97*	0.81	3.98	1.73	9.86
1.75	10.21	1.65	8.94	1.06	5.92	1.26	6.41	1.85	10.63	1.61	8.71
1.75	10.15*	1.61	9.14	1.40	7.68	1.09	5.45	1.04	5.74	1.95	11.20
1.78	9.88	1.28	6.79	1.33	7.47	1.46	8.62*	1.32	7.29	1.20	6.67*
0.71	4.01	1.60	9.30*	1.11	5.96	1.41	8.09	1.27	7.47	1.46	7.54
1.40	7.47	1.10	6.21	1.20	6.61*	1.47	7.94	1.84	10.48	1.86	10.21
1.73	9.79*	1.28	6.79	1.42	7.67	0.95	4.65	1.40	7.87	1.33	7.54
2.00	11.39*	1.53	8.90	1.27	6.79	1.39	8.48	1.63	9.03	1.44	7.58
1.29	7.67*	1.51	8.76*	1.41	7.97	1.63	9.47*	1.28	7.33	1.40	8.37
1.55	8.26*	1.22	6.38	1.22	6.12	1.26	7.12	1.04	5.47	1.14	6.41
1.60	8.13	1.65	9.20*	1.34	7.12	1.67	9.12	1.59	8.81*	0.92	4.62
1.69	9.93	1.68	9.61	1.25	6.72	1.08	5.48*	1.68	9.30	1.54	8.06